

УДК 622.28

Л.Я. Фомичёва, В.В. Фомичёв, В.Н. Почепов

АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПОРОД С УЧЕТОМ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНОВАТОСТИ ГОРНОГО МАССИВА

Приведено влияние системы трещин на механические характеристики пород при различном уровне горного давления в виде функциональной зависимости. Эта зависимость получена путем проведения вычислительных экспериментов в условиях простого нагружения образца породы с учетом рассматриваемых параметров трещин.

Наведено вплив системи тріщин на механічні характеристики гірської породи при різному рівні гірського тиску у вигляді функціональної залежності. Ця залежність отримана при проведенні обчислювальних експериментів в умовах простого навантаження зразка породи з урахуванням розглянутих параметрів тріщин.

In the mechanical-mathematical model of rock included three indicators describing the degree of influence fracture systems are present in the rock pressure. Manipulation of these parameters allows you change the strength characteristics of the elementary volume of the rock, depending on the actual mining conditions affecting it.

Актуальность. При проведении вычислительных экспериментов по определению устойчивости подготовительных выработок в сложных горно-геологических условиях, возникает необходимость высокоточного моделирования крепи [1]. Эта вызвано минимизацией вносимых погрешностей при проведении оптимизации показателей конструкции крепи с малым запасом прочности. Таким образом, моделируемая крепь не рассматривается как единый объект с усредненными физическими показателями. А каждый ее элемент описывается, как самостоятельный конструктив в пределах собственной расчетной схемы. В расчетах при моделировании сталеполимерного анкера обычно реализуют одну контактную поверхность, для которой, в условиях высокой поперечной нагрузки или значительной жесткости окружающих пород, задают контакт с соблюдением сплошности модели системы «анкер - порода» [2]. В случае, когда ожидается или возможна потеря контакта между породами и телом анкера, прибегают к комбинированной схеме, в которой часть поверхности модели шпура находится в жесткой связи с анкером, а часть этой поверхности образует контакт с анкером в условиях взаимного проскальзывания. Геометрические размеры таких областей, точнее их взаимоотношение, регулируется соотношением относительного удлинения анкера и вмещающих его пород, с учетом пластических характеристик связывающего полимерного состава. Математически такое соотношение описывается следующим уравнением

$$K_a = \frac{[(\sigma_{zT} - \sigma_z) + (\sigma_{cT} - \sigma_c)] \cdot \Delta l}{|E_z - E_c|^{1,62} \cdot l}, \quad (1)$$

где σ_{zT}, σ_{cT} – пределы текучести полимерного состава и примыкающих к шпuru горных пород, соответственно; σ_z, σ_c – максимальные значения главных напряжений в зоне контакта полимерной смеси и горной породы, соответственно; E_z, E_c – модули упругости материала полимерного заполнителя и горной породы, соответственно; $l, \Delta l$ – длина анкера и его относительное удлинение под действием нагрузки.

Легко видно, что коэффициент, вычисляемый в уравнении (1), явным образом зависит от прочностных и деформационных характеристик горной породы примыкающей к контуру выработки. Как уже было показано в [2] активную роль в грузонесущей системе крепи выемочной выработки анкер начинает играть только после перехода приконтурных горных пород в предельное и запредельное состояние. Исходя из выше сказанного, следует, что степень влияние анкера на устойчивости горной выработки изменяется со временем и зависит от механического состояния пород горного массива [3]. Одной из особенностей горной породы, влияющей на ее механические характеристики, является трещиноватость.

Наличие систем трещин приводит к неминуемому снижению прочностных и изменению деформационных характеристик горной породы. При этом, относительно того же сталеполимерного анкера можно смело утверждать, что происходит существенная коррекция его вклада в изменение НДС расчетной системы с ростом горного давления приводящего к изменению состояний систем трещин в пределах рассматриваемого горного массива. Следовательно, повышение адекватности оптимизационных расчетов схемы поддержания и охраны подготовительных выработок, требует физически точного описания трещиноватости.

Цель. Определить изменение степени влияния совокупности систем трещин на распределение напряжений и деформаций в горном массиве при изменении величины горного давления в окрестности подготовительной выработки.

Получить функциональную зависимость влияния трещиноватости на механические характеристики различных горных пород в виде позволяющим использовать ее при формировании матрицы жесткости конечного элемента при проведении расчетов методом конечных элементов в нелинейной постановке.

Постановка проблемы. Разработка математических моделей описания влияния трещиноватости горных пород на прочностные характеристики горного массива в настоящее время является одним из приоритетных направлений развития математического моделирования для задач геомеханики [4]. Описание трещин в расчетных задачах геомеханики обычно разделяют на две группы: магистральные (макрообъекты) и трещиноватость (субобъекты). При этом методики моделирования таких элементов расчетной области имеют различные типы описания. Следует выделить два основных подхода при формировании описания трещин в горном массиве: получение экспериментальных (лабораторных) зависимостей развития трещин в образцах

пород и построение зависимостей влияния трещиноватости горного массива в зоне концентрации напряжений и внутренних усилий. При этом подобные описания зачастую имеют линейный характер и формируются на основе усредненных показателей, которые рассматриваются в виде внешнего фактора, привносимого в систему расчета как самостоятельный элемент.

Как было показано в [4] трещиноватость следует рассматривать как одну из основных механических характеристик состояния горных пород. При моделировании зачастую эту характеристику учитывают в виде поправочного коэффициента, изменяющего величину предела прочности или модуль упругости породы. Однако анализ реального поведения породы при её испытании в лабораторных условиях и при проведении натурных наблюдений [1, 3] позволили сделать выводы о том, что при решении задач геомеханики в нелинейной постановке такой подход значительно снижает адекватность получаемых результатов. Это определяется, прежде всего, геометрией систем трещин и её изменением с ростом деформаций в области горного массива, примыкающей к контуру горной выработки.

Элементы механики разрушения, используемые при описании состояния трещины. В породном слое может присутствовать несколько систем трещин, каждая из которых обладает самостоятельным набором характеристик. С точки зрения развития трещин при росте напряжений в горном массиве важными являются следующие параметры трещиноватости: густота трещин, их направление и начальный линейный размер. Линейные размеры трещины определяют величину энергии, необходимую для её раскрытия и роста, то есть влияют на форму кривой связи «напряжение - деформация» для конечного объема горной породы. При анализе НДС в масштабе расчетной области задачи геомеханики такое влияние должно суммироваться с учетом совокупности всех трещин, а затем полученные закономерности необходимо привязывать к осям координат расчетной области для построения глобальной матрицы жесткости конечных элементов.

В качестве показателя состояния отдельной трещины был выбран энергетический инвариантный интеграл Черепанова – Райса, иначе J -интеграл [5]. Данный интеграл представляют в следующем виде

$$J = -\frac{\partial \Pi}{t \partial l}, \quad (2)$$

где Π - потенциальная энергия тела; t - длина трещины поперек в её вершине; l - длина трещины от устья до вершины. В общем случае потенциальную энергию тела, накопленную в результате деформирования, выражают через площадь под диаграммой связи «напряжения - деформации»

$$\Pi = P \nu - \int_0^P \nu dP, \quad (3)$$

где P - нагрузка, прикладываемая к расчетной области; ν - получаемые перемещения. В результате, подставив выражение (3) в уравнение (2), для податливого нагружения, используемого в задачах геомеханики, получаем

$$J = \frac{1}{t} \frac{\partial}{\partial l} \int_0^P v dP = \frac{1}{t} \int_0^P \frac{\partial v}{\partial l} \bigg|_P dP. \quad (4)$$

Полученную, таким образом, закономерность (4) можно применить для разработки математической модели развития трещины в образце горной породы. Данная модель будет учитывать снижение потенциальной энергии исследуемого объекта за счет развития трещины, что вместо обычного поправочного коэффициента позволит для каждого отдельного конечного элемента изменять его прочностные характеристики с учетом величины воспринимаемых напряжений. Такое описание наиболее точно отображает реальный процесс деформирования пород, образующих контур выработки, применительно к условиям шахт Украины.

Генерирование воздействия системы трещин. Теперь перейдем к описанию совокупности влияния системы трещин на механические характеристики породного слоя. Полученное уравнение (4) позволяет оценить вклад одной трещины на механические характеристики горной породы. Но в реальных условиях следует рассматривать совокупность трещин со сходными параметрами, разброс которых необходимо учитывать в математическом описании конкретной системы трещин.

Для начала следует определить усредненный параметр трещин в системе. Это проще всего выполнить с применением математической статистики. Запишем формулу среднего арифметического величины трещин в выбранном объеме горной породы

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (5)$$

где X_i - показатели линейных размеров трещин в выбранной единице объема горной породы; n - число трещин на единицу длины выбранного образца породы. Затем определим стандартное отклонение в размерах трещин для рассматриваемой системы

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}. \quad (6)$$

На основании полученных характеристик (5) и (6) конкретной системы трещин можно получить средневзвешенное выражение, описывающее степень влияния этой системы на прочностные характеристики породы в выбранном объеме. В общем виде такое описание выглядит следующим образом

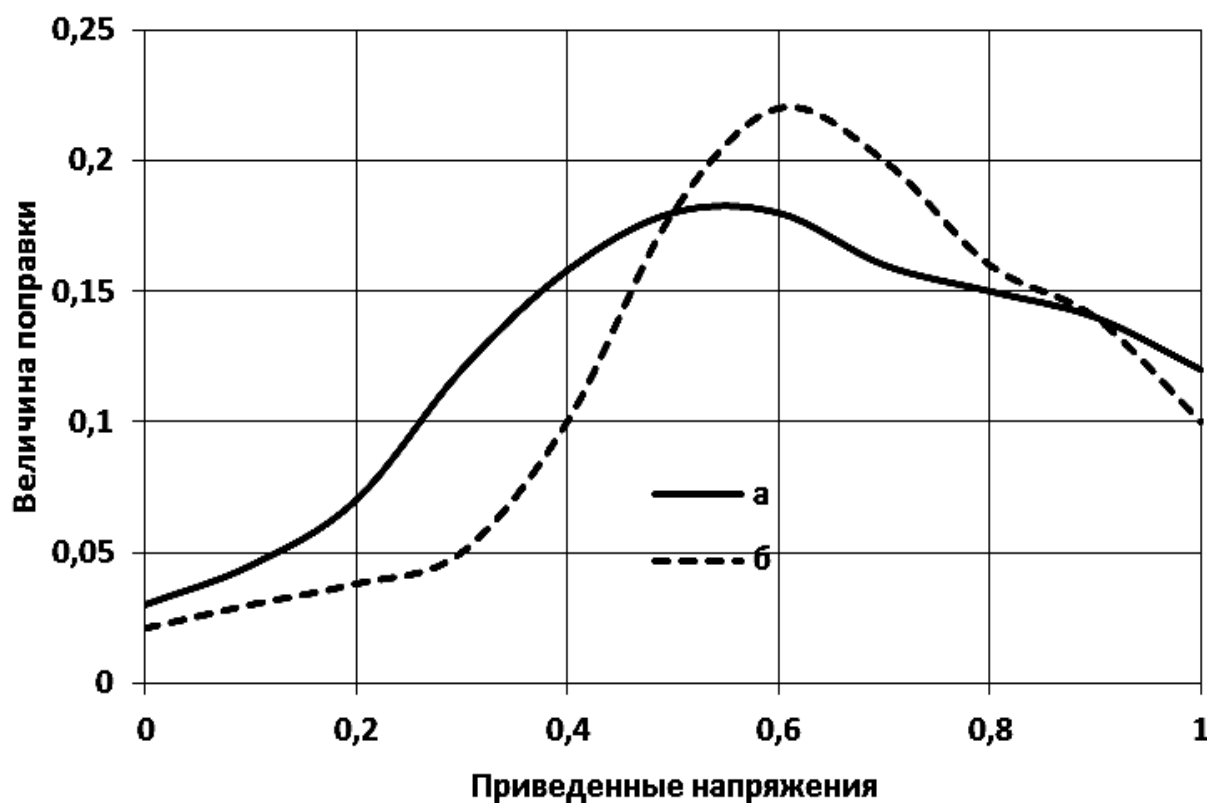
$$J = \frac{\bar{X}}{n \cdot t \cdot S} \int_0^P \frac{\partial v}{\partial l} \bigg|_P dP. \quad (7)$$

Теперь при учете снижения прочностных показателей горной породы стало возможным учитывать отдельную систему трещин как усредненный показатель, определяемый при выполнении подготовительной фазы расчетов, что повысит качество проведения вычислительных экспериментов и

минимизирует объем дополнительных вычислений.

Применение полученных показателей при проведении вычислительного эксперимента. Оценочные расчеты, выполненные авторами при проведении вычислительных экспериментов, показали, что такое описание трещиноватости имеет сугубо нелинейный характер и значительные различия в степени влияния на деформационные характеристики различных пород.

В качестве иллюстрации данного тезиса рассмотрим графики изменения степени влияния трещиноватости для аргиллитов и песчаников, приведенные на рис. 1. Как видно, при незначительных напряжениях степень влияния рассматриваемого параметра имеет линейный характер и незначительно различается по абсолютной величине. Затем, наступает активная фаза воздействия системы трещин на механические характеристики пород. При этом, для аргиллитов это влияние проявляется раньше, но с другой стороны, максимум этого влияния приходится на песчаник. После достижения максимума влияния наблюдается плавное снижение данного показателя.



*Рис. 1. Кривые изменения степени влияния трещиноватости на прочностные характеристики пород с ростом напряжений в конечном элементе:
а — аргиллиты; б — песчаник*

Таким образом, как видно из графиков, представленных на рис. 1, влияние рассматриваемого параметра трещиноватости на породы с различными механическими характеристиками имеет схожую трехфазную структуру. Наличие этих фаз хорошо согласуется с самой природой развития трещин в горном массиве. В первой фазе, ослабление породы имеет незначительную величину и линейный характер поскольку расчетная область находится в

допредельном состоянии, что определяет слабое развитие трещин. Для второй фазы характерно активное развитие и раскрытие трещин, что и приводит к быстрому падению напряжений в расчетной области. На третьей фазе, после достижений максимума, когда происходит разрушение горного массива вблизи выработки, наступает период релаксации связанный с перераспределением внутренней энергии в расчетной области.

Другой особенностью данного физико-математического описания трещиноватости является реализация различий влияния на картину напряжений систем трещин обладающих схожими характеристиками. В качестве иллюстрации этого тезиса следует рассмотреть графики, приведенные на рис. 2. Эти графики показывают, как влияет густота трещин на распределение напряжений в расчетной области. Легко видно, что с ростом числа трещин влияние трещиноватости растет, а график выполаживается. Таким образом, чем меньше число трещин, тем сложнее характер их воздействия на распределение напряжений. Из всего выше сказанного, следует вывод, что с ростом числа трещин, в удельном объеме, их можно описывать в виде простого параметра, а с уменьшением их числа следует переходить на макро моделирование.

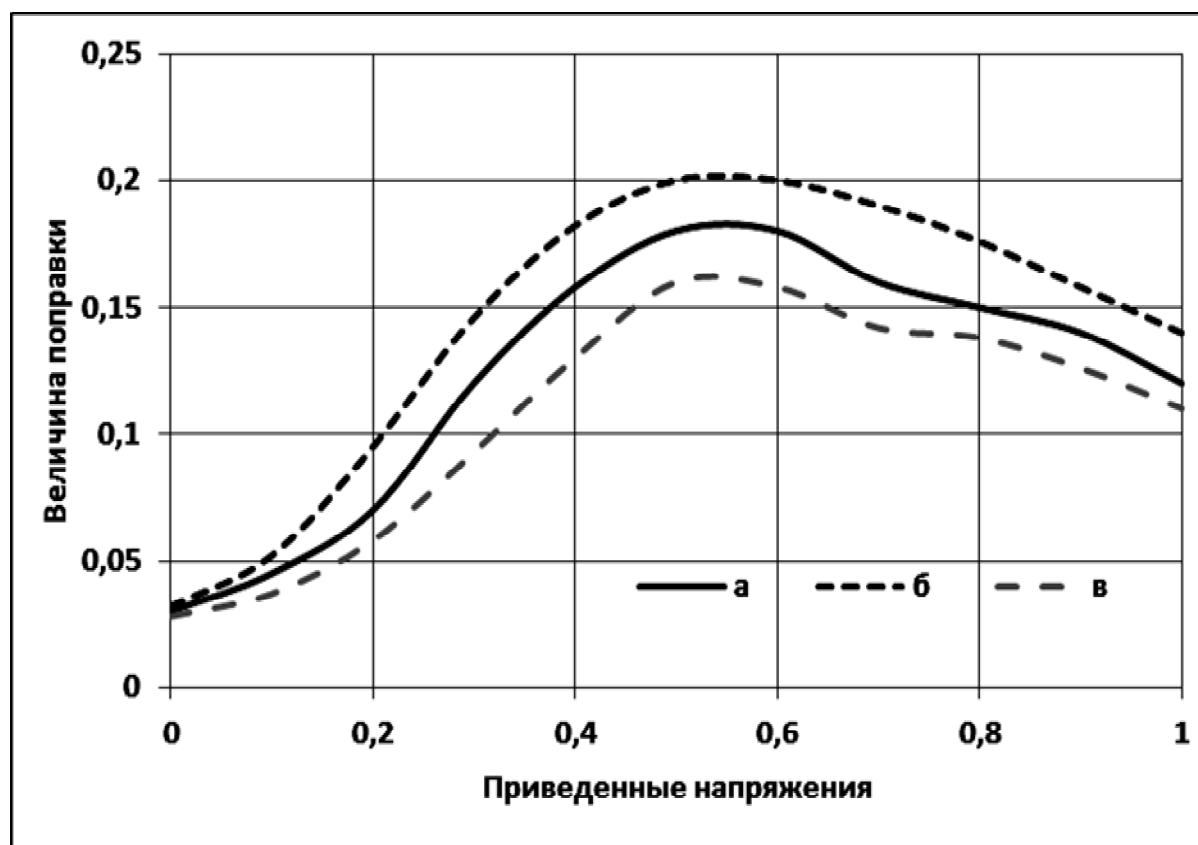


Рис. 2. Влияние различных систем трещин на прочностные характеристики породы: а — число трещин 15 на 0,1 м; б — число трещин 20 на 0,1 м; в — число трещин 5 на 0,1 м

Особенности учета пространственной ориентации системы трещин.

При описании поведения системы трещин выполненном в виде уравнения (7)

не учитывается ориентация трещин в пространстве и, следовательно, изменение механических характеристик породы в данном случае имеет одинаковую величину неизменной в любой из выбранных систем координат.

Обеспечение возможности учета трещиноватости, как нелинейной характеристики горной породы, требует рассматривать расчетную область вычислительного эксперимента в виде объемного объекта. В этом объекте может существовать несколько систем трещин, которые может быть ориентированы, как вдоль одной из осей системы координат расчетной области, так и под каким бы то углом к ней. Совокупность таких систем трещин следует объединять в единую систему исходя из близости геометрических и механических показателей. Поскольку при выполнении расчета проще оперировать показателями, связанными с осями глобальной системы координат, то следует спроецировать систему трещин (её механические показатели) на эти оси. С этой целью использовались аффинные преобразования

$$Q = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где P, Q - координаты начальной и отображенной точки в трехмерном пространстве; M - матрица аффинного преобразования в трехмерном пространстве.

Сама природа трещиноватости и применяемый математический аппарат позволяют ограничиться при проведении расчетов только матрицами элементарных поворотов относительно осей координат. Такие преобразования для каждой из координатных осей имеют следующий вид

$$\begin{aligned} R_x(\beta) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ R_y(\beta) &= \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ R_z(\beta) &= \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (9)$$

где R_x, R_y, R_z - матрицы преобразования поворота для осей x, y и z , соответственно; β - угол на который следует выполнить поворот.

При наличии нескольких систем трещин в рассматриваемом горном

массиве их следует рассматривать как совокупность однотипных показателей влияющих друг на друга исходя из принципа суперпозиции. Тогда «родственные» системы трещин, то есть такие системы трещин, которые ориентированы в пространстве под малыми углами друг к другу, будут рассматриваться как одна система трещин с комбинированными показателями.

Выводы. Таки образом, становится возможным применять математический аппарат механики сплошной среды для проведения расчетов прочностных характеристик пород горного массива в нелинейной постановке до этапа образования магистральных трещин и сдвижения образованных породных блоков в полость выработки. Дальнейшие вычисления производятся только с привлечением методов решения задач механики разрушения.

В результате получена модель воздействия на механические характеристики пород горного массива совокупности систем трещин при проведении вычислительного эксперимента при нелинейной постановке задачи в трехмерной расчетной области.

Список литературы

1. Бондаренко В.И., Симанович Г.А., Ковалевская И.А., Фомичёв В.В. Влияние характеристик неоднородности тонкослоистого горного массива на результаты вычислительного эксперимента по устойчивости выемочных выработок / Материалы V Междунар. научн.-практ. конф. «Школа подземной разработки». – Днепропетровск: «ЛізуновПрес», 2011. – С. 10-18.
2. Фомичёв В.В. Предпосылки построения расчетных моделей рамно-анкерной крепи с учетом нелинейных характеристик поведения физических сред / Науковий вісник НГУ – 2012. – № 4. – С. 54-58.
3. Бондаренко В.И., Ковалевская И.А., Симанович Г.А., Фомичёв В.В. Тенденции изменения напряженного состояния слабых пород кровли пластовой выработки / Матеріали міжнародної конференції «Форум гірників-2010». – Днепропетровск: НГУ, 2010. – С. 183-188.
4. Прогноз деформационных характеристик трещиноватых горных пород и массивов / Латышев О. Г., Матвеев А. А., Мартюшов К. С., Еремизин А. Н. // Изв. вузов. Горный журнал. - 2011. № 7. – С. 92-97.
5. Симанович Г.А., Ковалевская И.А., Фомичёв В.В. Критерии механики разрушения углевмещающего массива при моделировании магистральных трещин породных слоев / Матер. VI Междунар. научн.-практ. конф. «Школа подземной разработки». – Днепропетровск: Лізунов-Прес, 2012. – С. 91-100.